

# 有限要素法の基礎

## 有限要素法の概要

### 有限要素法とは

つまり、有限要素法の基本的な考え方は、実際には複雑な形状の構造物でも、単純な形状の小さな要素に分割(離散化)をすることで、個々の要素に作用する力と変位の関係(変位法、仮想仕事の原理)は数学的に簡単な方程式(要素剛性方程式→要素剛性マトリクス)で近似することができ、それを全体について重ね合わせる(全体剛性マトリクス)ことによって構造物全体の挙動を解析する(連立方程式を解く)ことができるということです。

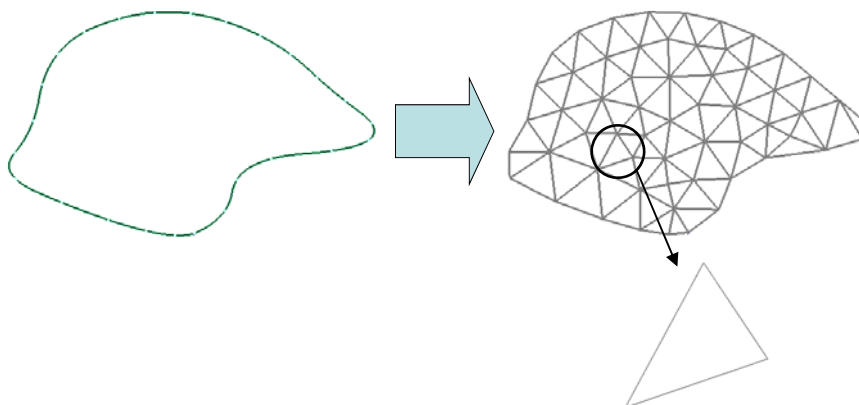
# 有限要素法の基礎

## 有限要素法の計算手順（静解析の例）

- ① 要素内の変位分布(変位関数)を仮定する
- ② 仮想仕事の原理から個々の要素の剛性マトリクスを作る
- ③ 構造全体の剛性マトリクスを作る
- ④ 荷重を節点に振り分ける
- ⑤ 拘束条件を反映する
- ⑥ 剛性方程式の出来上がり
- ⑦ 連立方程式を解く(変位を求める)
- ⑧ 仮定の変位関数に戻って各要素のひずみと応力を計算

# 有限要素法の基礎

## 離散化(2次元物体の要素分割)

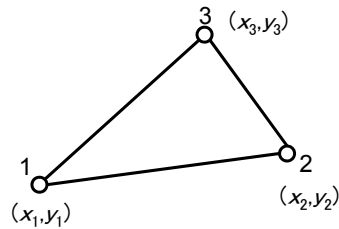


# 有限要素法の基礎

## 変位分布(変位関数)を仮定

有限要素法では、要素の構成節点での変位 $\{d\}$ を用いて、要素内での変位 $\{u\}$ を仮定します。このために $\{u\}=[N]\{d\}$ となる形状関数 $N_\alpha(x, y)$ ,  $\alpha=1,2,3$ を考えます。2次元の3角形要素を例にとると、

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{x1} \\ d_{y1} \\ d_{x2} \\ d_{y2} \\ d_{x3} \\ d_{y3} \end{Bmatrix}$$



# 有限要素法の基礎

## 変位分布(変位関数)を仮定

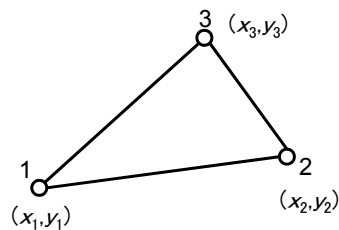
ここで形状変数 $N_1, N_2, N_3$ は、3角形内の点の変位が $(x, y)$ の1次式で表すことができると仮定することで、3節点の座標値を用いて、以下のように書き表すことができます。

$$N_1 = \frac{1}{2\Delta} \{ (x_2 y_3 - x_3 y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y \}$$

$$N_2 = \frac{1}{2\Delta} \{ (x_3 y_1 - x_1 y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y \}$$

$$N_3 = \frac{1}{2\Delta} \{ (x_1 y_2 - x_2 y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y \}$$

$$2\Delta = \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} = 2 \times (\text{要素の面積})$$



# NX Nastranの基礎知識

## NX Nastranの計算手順

ジオメトリ・データの作成



入力データの作成

- モデルの作成(メッシュ切りなど)
- 境界条件、荷重などの設定
- 計算条件などの設定



計算の実行



結果の表示

- 変形図・コンター図
- グラフ・表

# NX Nastranのインプットデータ

## インプットデータの例

```

INIT MASTER(S)
ID static.Femap
SOL SESTATIC
TIME 10000
CEND
} Executive Control section
TITLE = NX Nastran 静解析 解析レポート
ECHO = NONE
DISPLACEMENT (PLOT) = ALL
STRESS (PLOT, CORNER) = ALL
SPC = 1
LOAD = 1
BEGIN BULK
} Case Control section
$ *****
$ Written by : Femap with NX Nastran
$ Version : 10.02
$ Translator : NX Nastran
$ *****
PARAM, POST, -1
PARAM, AUTOSPC, YES
PARAM, KBROT, 100.
$ Femap with NX Nastran Property 1 : s1
PSOLID 1 1 1
$ Femap with NX Nastran Material 1 : m1
MAT1 1 2.06+8 .3 0. 0. 0.
GRID 1 1 0. 0. 0.
GRID 2 1 3. 0. 0.
CHEXA 126 1 15 16 26 25 197 198+EL 31
+EL 3I 208 207
CHEXA 127 1 16 17 27 26 198 3936+EL 3J
+EL 3J 209 208
ENDDATA
} Bulk Data section

```

解析手法の指定  
計算時間(限度)の設定  
など

荷重条件の指定  
拘束条件の指定  
出力データの指定など

パラメータ  
構造データ  
荷重データなど

忘れない  
ダブらない

NX Nastran基礎講習会



株式会社 エヌ・エス・ティ  
Numerical Simulation Tech Co., Ltd.

# NX Nastranの書式

## 要素定義のパターン(要素とプロパティ、材料カード)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CHEXA	EID	PID	G1	G2	G3	G4	G5	G6	
	G7	G8	G9	G10	G11	G12	G13	G14	
	G15	G16	G17	G18	G19	G20			

要素を1個定義

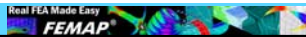
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PSOLID	PID	MID	THICK	IN	STRESS	ISOP	PCTN		

全体のプロパティ(板厚など)を定義

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MAT1	MID	E	G	NU	RHO	A	TREF	GE	
	ST	SC	SS	MCSID					

材料特性を定義

NX Nastran基礎講習会



株式会社 エヌ・エス・ティ  
Numerical Simulation Tech Co., Ltd.

# ノード(節点)について

## ノードの定義

\$---1--><---2--><---3--><---4--><---5--><---6--><---7--><---8--><---9--><---10-->  
GRID            3        0       -7.5    -4.5    30.        0

1	2	8	4	5	6	7	8	9	10
GRID	ID	CP	X1	X2	X3	CD	PC	SEID	

- ID                    要素ID(この要素独自の番号)  
CP                    位置参照座標系(グローバル座標系を参照する場合は0またはブランク)  
X1, X2, X3            位置参照座標系の原点からの距離(x,y,z)  
CD                    解析参照座標系(位置参照座標系を参照する場合は0またはブランク)  
PS                    拘束する自由度成分(通常はここでは拘束しない)  
SEID                  通常の解析では省略します

# 座標系について

## 基本的な座標系

NX Nastran で使用する座標系には、

- ① 位置参照座標系 : ノードなどのジオメトリを定義する
- ② 解析参照座標系 : 変位などの方向を定義する
- ③ 材料座標系 : 異方性材料の方向を定義する
- ④ 要素座標系 : 要素形状で決まるもの

があります。

一般的に用いるのは、①および②になります。

また、座標系には直交座標系のほかに、軸対称問題に適した円筒座標系と点対象問題に適した球座標系が定義できます。

デフォルトで参照されるのは全体座標系ですが、ローカル座標系を定義することもできます。

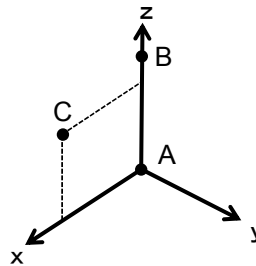
# 座標系について

## ローカル座標系の定義(直交座標系の例)

```
$---1--><---2--><---3--><---4--><---5--><---6--><---7--><---8--><---9--><---10-->
CORD2R      3      05.684-14240.0607 -334.735.684-14612.6433-159.073+CS      3
+CS      3 411.914240.0607 -334.73
```

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CORD2R	CID	RID	A1	A2	A3	B1	B2	B3	
	C1	C2	C3						

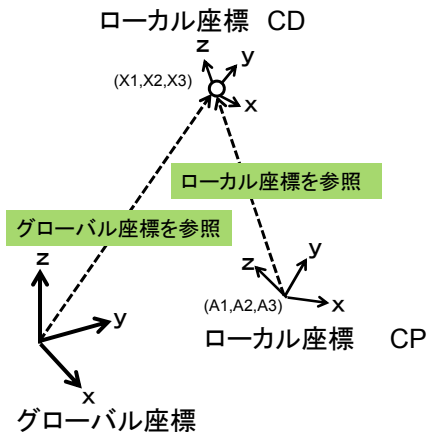
- CID 座標系ID(この座標系独自の番号)
- RID 位置参照座標系(この座標を定義するのに参照する座標系)
- A1,A2,... 3点A,B,Cの座標(1,2,3がそれぞれx,y,z)



# ノード(節点)について

## ノードの定義方法

物理モデルの形状(ジオメトリ)を定義するには、節点(ノードまたはグリッドともいう)を用います。また、ノードの定義はグローバル座標系およびローカル座標系いずれを参照しても定義できます(位置参照座標系)。ローカル座標を参照した場合のノード座標は、グローバル座標からみると、ローカル座標のベクトルとノードを定義したベクトルの和になります。さらに、ノードにおける変位や自由度、拘束条件などに関する座標系も別に関係づけることができます(解析参照座標系)。



# 単位系について

## 単位系の考え方

NX Nastranは基本的に単位系を持ちません。したがって、ユーザー側で単位を決めてやる(統一する)必要があります。たとえば、SI単位系では、

長さ	m
面積	m <sup>2</sup>
質量	kg
密度	kg/m <sup>3</sup>
速度	m/s
加速度	m/s
力	N [kg・m/s <sup>2</sup> ]
圧力, 応力	Pa [N/m <sup>2</sup> ]
モーメント	N・m
慣性モーメント	kg・m <sup>2</sup>
断面2次モーメント	m <sup>4</sup>
ねじり定数	m <sup>3</sup> /rad
剛性(ばね定数)	N/m
ヤング率	Pa [N/m <sup>2</sup> ]

などと設定すればよいでしょう。

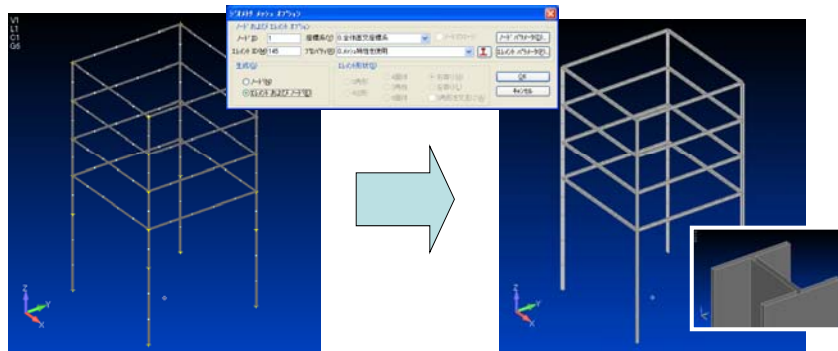
# H型鋼モデルについて

## H型鋼部分のモデル化

<ビーム要素でモデル化>

サイズの設定 [メッシュ]-[メッシュコントロール]-[カーブ上のサイズ]

メッシュ生成 [メッシュ]-[ジオメトリ]-[カーブ]



# ビーム要素について

## ビーム要素の定義

\$---1--><---2--><---3--><---4--><---5--><---6--><---7--><---8--><---9--><---10-->  
 CBEAM 733 3 1026 1027 1. 0. 0.

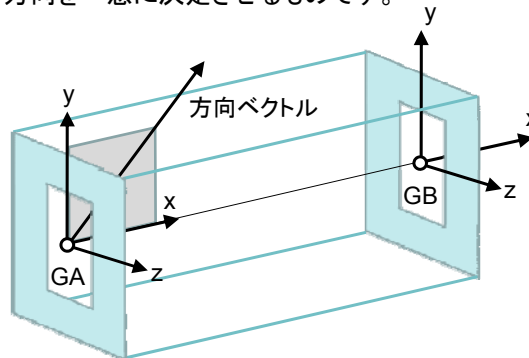
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CBEAM	EID	PID	GA	GB	X1	X2	X3	BIT	
	PA	PB	W1A	W2A	W3A	W1B	W2B	W3B	
	SA	SB							

- EID 要素ID(この要素独自の番号)
- PID プロパティID(参照する属性カードPBEAMのID)
- GA, GB 要素の開始点および終点のノードID
- X1, X2, X3 要素座標系(断面特性定義に必要)を決めるためのベクトル
- BIT以下 通常の解析では省略します

# ビーム要素について

## 方向ベクトルの意味

要素座標系を決めるためのベクトルというのは、要素の断面上に要素の軸方向をx軸、断面に平行な面をyz平面となるような座標を決めることで断面の方向を一意に決定させるものです。



# ビーム要素について

## プロパティ(特性)の指定

対応するプロパティ・カードは、

```
$---1--><---2--><---3--><---4--><---5--><---6--><---7--><---8--><---9--><---10-->
PBEAM      3      3      .01729.0173-52.6489-4      0.2.3497-6      0.
```

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PBEAM	PID	MID	A(A)	I1(A)	I2(A)	I12(A)	J(A)	NSM(A)	
	C1 (A)	C2 (A)	D1 (A)	D2 (A)	E1 (A)	E2 (A)	F1 (A)	F2 (A)	

- PID プロパティID(このプロパティ独自の番号)
- MID 材料特性ID(参照する材料特性カードのID)
- A(A) 断面積
- I1(A) y軸回りの断面2次モーメント
- I2(A) z軸回りの断面2次モーメント
- I12(A) yz軸回りの断面2次乗積
- J(A) ねじり定数
- NSM(A) 単位長さ当たりの非構造質量
- C1(A)以下 通常の解析では省略します

