振動の基礎知識

- 振動の表現
- 1自由度系の自由振動
  - 無減衰の系
  - 減衰のある系
- 1自由度系の強制振動
- モード解析

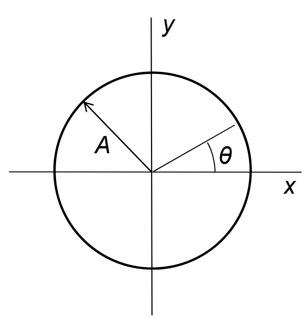
振動の表現

単振動の表現

半径Aの等速円運動は、位相角$\theta=\omega t+\varphi$(角速度ω の運動、φは位相遅れ)とすると、

x座標:　$x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$
y座標:　$y(t)=A\sin(\omega t+\varphi)$

で表されます。



振動の表現

等速円運動の写像

等速円運動

$x(t)$ = $A\cos(\omega t + \varphi)$、$y(t)$ = $A\sin(\omega t + \varphi)$

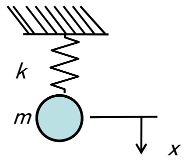
を複素数で表すと、

$z(t) = Ae^{i(\omega t+\varphi)}$　　iは虚数単位　(i^2=-1)

と書けます。($\because$ $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$:オイラーの公式)

1自由度系の自由振動

無減衰の系



この系の運動方程式は、

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

となります。ここで$x(t) = Ce^{\lambda t}$とおくと、

$$\dot{x} = C\lambda e^{\lambda t}$$

$$\ddot{x} = C\lambda^2 e^{\lambda t}$$

になるので、運動方程式に代入すると、

$$m\ddot{x} + kx = mC\lambda^2 e^{\lambda t} + kCe^{\lambda t} = C(m\lambda^2 + k)e^{\lambda t} = 0$$

1自由度系の自由振動

無減衰の系（つづき）

となり、一般に$C, e^{\lambda t}$は0ではないので、これより、

$$m\lambda^2 + k = 0$$ ←特性方程式という

これを解くと、

$$\lambda = \pm i\sqrt{\frac{k}{m}}$$

ゆえに一般解は、$\overline{C}$ をC の共役複素数とすると

$$x(t) = Ce^{i\sqrt{\frac{k}{m}}t} + \overline{C}e^{-i\sqrt{\frac{k}{m}}t}$$

1自由度系の自由振動

無減衰の系（つづき）

オイラーの公式をつかうと、

$$x(t) = C\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t + iC\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t + \overline{C}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t - i\overline{C}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

$$= (C+\overline{C})\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t + i(C-\overline{C})\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t = A\cos\omega_n t + B\sin\omega_n t$$

$$A = C + \overline{C}$$

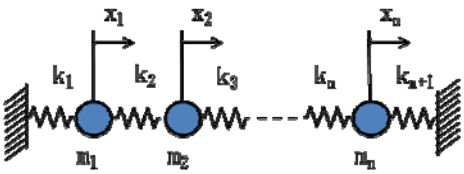
$$B = i(C - \overline{C})$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$ ←固有円振動数

モード解析

多自由度系の自由振動

無重力中における図のような
n自由度の系を考えます。
この運動方程式は、



$$
\begin{aligned}
& m_1\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = 0 \\
& m_2\ddot{x}_2 - k_2 x_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_3 x_3 = 0 \\
& \quad \vdots \\
& m_{n-1}\ddot{x}_{n-1} - k_{n-1}x_{n-2} + (k_{n-1} + k_n)x_{n-1} - k_n x_n = 0 \\
& m_n\ddot{x}_n - k_n x_{n-1} + (k_n + k_{n+1})x_n = 0
\end{aligned}
$$

モード解析

多自由度系の自由振動(つづき)

ここで、

$$
[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix}
$$

$$
[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -k_n & k_n + k_{n+1} \end{bmatrix}
$$

モード解析

多自由度系の自由振動（つづき）

および

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ : \\ x_n \end{Bmatrix}$$

とおくと、n個の運動方程式は

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\}$$

一般的にどのような系でもこのように書き下せます。

NX Nastran動解析の定義

動解析に必要な定義

◆**固有値解析**
- 固有値解析手法の指定
- 計算周波数範囲の指定

◆**周波数応答解析**
- 固有値計算周波数範囲の指定（モード法のみ）
- 動的荷重の設定
- 周波数応答計算範囲の指定

◆**過渡応答解析**
- 固有値計算周波数範囲の指定（モード法のみ）
- 動的荷重の設定
- 計算時間範囲、時間刻みの指定

NX Nastranのインプットデータ

インプットデータの例

```
ID Femap,Femap
SOL SEMFREQ
TIME 10000
CEND
  DISPLACEMENT(SORT1,PLOT,PHASE) = ALL
  ACCELERATION(SORT1,PLOT,PHASE) = ALL
  SPC = 2
  DLOAD = 1
  METHOD = 1
  FREQUENCY = 1
BEGIN BULK
PARAM,POST,-1
PARAM,AUTOSPC,YES
EIGRL          1                      10       0                    MASS
PARAM,G,.1
RLOAD2       102     101                       2            LOAD
FORCE        101       3       0      1.   1.+7       0.      0.
DLOAD          1      1.      1.     102
FREQ           1      1.      2.      3.      4.4.5296294.7812755.032921+
+       5.2845675.5362137.117737     10.
TABLED2        2      0.                                              +
+             0.      1.      1.      1.    ENDT
SPC1           1   23456       1
SPC1           1  123456       2
SPC1           2   23456       3
SUPORT         3       1
GRID           1       0      0.      0.      0.       0
GRID           2       0      0.      0.      0.       0
CONM2          4       3       0    1.+7      0.      0.      0.      +EL     4
+EL    4      0.      0.      0.      0.      0.      0.

ENDDATA
```

Executive Control section

解析手法の指定
計算時間(限度)の設定
など

Case Control section

荷重条件の指定
拘束条件の指定
出力データの指定など

Bulk Data section

パラメータ
構造データ
荷重データなど

動解析で用いるNX Nastran のインプットデータ

- 固有値解析定義　EIGRL
- 周波数等解析定義　FREQ(FREQ1)
- 過渡応答解析定義　TSTEP

- 動的荷重セット定義　DLOAD
- 周波数依存荷重セット定義　RLOAD2
- 時間依存荷重セット定義　TLOAD1
- 荷重(倍率)セット定義　FORCE(DAREA)
- 周波数依存倍率テーブル定義　TABLED2

動的荷重の定義について

動的な荷重定義のパターン(おさらい)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DLOAD	SID	S	S1	L1	S2	L2	S3	L3	
	S4	L4	-etc.-						

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RLOAD2	SID	EXCITEID	DELAY	DPHASE	TB	TP	TYPE		

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FORCE	SID	G	CID	F	N1	N2	N3		

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TABLED2	TID	X1							
	x1	y1	x2	y2	x3	y3	-etc.-		

解析結果について

NX Nastranのアウトプット

NX Nastranの解析実行をすると、****.log、****.f04、****.f06などのファイルが出力されます。
解析結果などが出力されるf06ファイルについて、動解析結果出力の見方を紹介します。

f06ファイルに出力される情報は、
(1)計算条件などの確認(ECHO)
(2)モデル情報(通常はサマリのみ出力する)
(3)モデル全体の質量などの計算結果
(4)剛性の特異点リスト(SINGULARITY)
(5)固有値一覧
(7)有効質量比
(5)エラーメッセージ
などになります。